**3 微分中值定理与导数的应用**

**第一节 微分中值定理**

**罗尔定理**

如果函数f(x)满足

1. 在闭区间[a,b]连续；
2. 在开区间(a,b)内可导；
3. 在区间端点处的函数值相等，即f(a) = f(b),

那么在(a,b)内至少有一点ξ(a<ξ<b)，使得f’(ξ) = 0。

**拉格朗日中值定理**

如果函数f(x)满足

1. 在闭区间[a,b]连续；
2. 在开区间(a,b)内可导；

那么在(a, b)内至少有一点ξ(a<ξ<b)，使得f(b) – f(a) = f’(ξ)(b - a)成立。

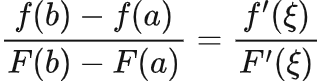
**柯西中值定理**

如果函数f(x)及F(x)满足

1. 在闭区间[a,b]连续；

2，在开区间(a,b)内可导；

3，对任一x∈(a, b)，F’(x) ≠ 0，那么在(a, b)内至少有一点ξ，使等式成立

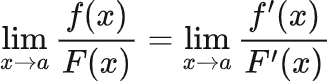
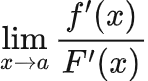


**第二节 洛必达法则**

**洛必达法则**

**定理1** 设

1. 当x🡪a时，函数f(x)及F(x)都趋于零；
2. 在点a的某去心邻域内，f’(x)及F’(x)都存在，且F’(x)≠0；
3. 存在(或为无穷大)则



**定理2** 设

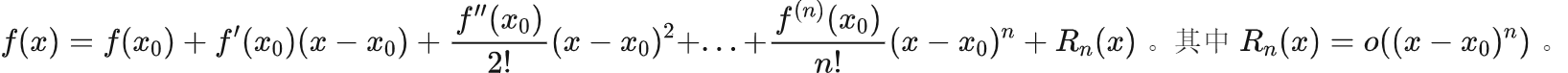
1. 当x🡪∞时，函数f(x)及F(x)都趋于零；
2. 当|x| > N时，f’(x)及F’(x)都存在，且F’(x)≠0；
3. C:\Users\DELL\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\方程.png存在(或为无穷大)则

C:\Users\DELL\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\方程.png

**第三节 泰勒公式**

**泰勒中值定理1**

如果函数f(x)在x0处具有n阶导数，那么存在x0的一个邻域，对于该邻域内的任一x，有

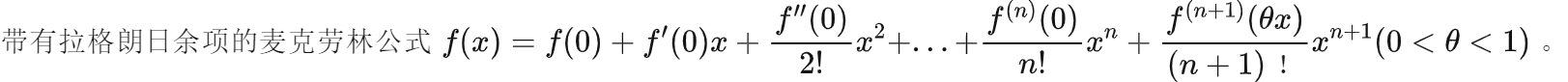
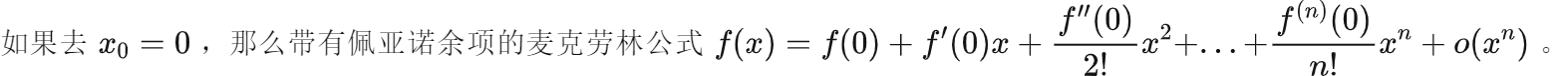


**泰勒中值定理2**

如果函数f(x)在x0的某个邻域U(x0)内具有(n + 1)阶导数，那么对任一x∈U(x0)，有



**麦克劳林公式**



**第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性**

**定理1** 设函数y = f(x)在[a, b]上连续，在(a, b)内可导

1. 如果在(a, b)内f’(x) ≥ 0，且等号仅会在有限多个点处成立，那么函数y = f(x)在[a, b]上单调增加；
2. 如果在(a, b)内f’(x) ≤ 0，且等号仅会在有限多个点处成立，那么函数y = f(x)在[a, b]上单调减少；

**定理2**设f(x)在[a, b]上连续，在(a, b)内具有一阶和二阶导数，那么

1. 若在(a, b)内f’’(x) > 0，则f(x)在[a, b]上的图形是凹的；
2. 若在(a, b)内f’’(x) < 0，则f(x)在[a, b]上的图形是凸的。

**第五节 函数的极值与最大值最小值**

定义 设函数f(x)在点x0的某邻域U(x0)内有定义，如果对于去心邻域U(x0)内的任一x，有

f(x) < f(x0) (或f(x) > f(x0))

那么就称f(x0)是函数f(x)的一个**极大值**(或**极小值**)。

**定理1(必要条件)**

设函数f(x)在x0处可导，且在x0处取得极值，则f’(x0) = 0。

**定理2(第一充分条件)**

设函数f(x)在x0处连续，且在x0的某去心邻域U(x0, δ)内可导

1. 若x∈(x0 –δ, x0)时，f’(x) > 0，而x∈(x0, x0 +δ)时，f’(x) < 0，则f(x)在x0处取得极大值；
2. 若x∈(x0 –δ, x0)时，f’(x) < 0，而x∈(x0, x0 +δ)时，f’(x) > 0，则f(x)在x0处取得极小值；
3. 若x∈U(x0, δ)时，f’(x)的符号保持不变时，则f(x)在x0处没有极值。

**定理3(第二充分条件)** 设函数f(x)在x0处具有二阶导数且f’(x0) = 0，f’’(x0)≠0，则

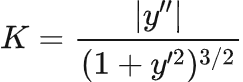
1. 当f’’(x0) < 0时，函数f(x)在x0处取得极大值；
2. 当f’’(x0) > 0时，函数f(x)在x0处取得极小值。

**第六节 函数图形的绘制**

**第七节 曲率**

**弧微分公式**

C:\Users\DELL\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\方程.png  
**曲率**



**曲率圆，曲率中心和曲率半径**

设曲线y = f(x)在点M(x, y)处的曲率为K(K ≠ 0)。在点M处的曲线的法线上，在凹的一侧取点D，使|DM| = 1 / K =ρ。以D为圆心，ρ为半径作圆，这个圆叫做曲线在点M处的曲率圆，曲率圆的圆心D叫做曲线在点M处的曲率中心，曲率圆的半径ρ叫做曲线在点M处的曲率半径。

曲率K与曲率半径的关系：ρ = 1 / K， K = 1 /ρ。

**第八节 方程的近似解**

1. 二分法；
2. 切线法；
3. 割线法；